Tore Oldervoll • Odd Orskaug • Audhild Vaaje • Finn Hanisch

Sinus 2P

Lærebok i matematikk for vg2

Studieførebuande program

Nynorsk

CAPPELEN

Innhald

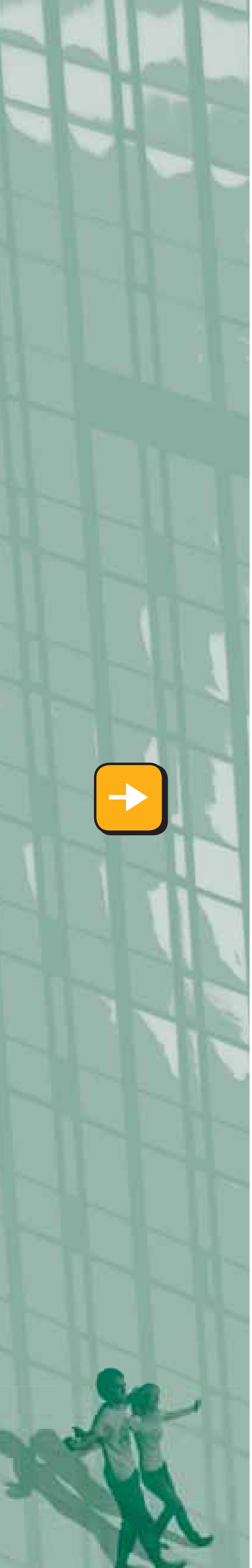
1

Potensar og talsystem

Mål

for opplæringa er at eleven skal kunne

- rekne med potensar og tal på standardform med positive og negative eksponentar og bruke dette i praktiske samanhengar
- gjere greie for nokre plassverdisystem og gi praktiske døme på slike system



1.1 Potensar

Med det talsystemet vi har, må vi bruke potensar når vi skal arbeide med spesielt små og spesielt store tal. Dersom vi til dømes skal rekne med massen av heile jorda i kilogram, må vi skrive eit tal med 24 siffer. Massen til eit hydrogenatom i kilogram får på tilsvarande måte 26 nullar etter kommaet. Dette talet klarer vi ikkje å rekne med dersom vi ikkje bruker ein potens med ein negativ eksponent. Dette skal vi lære om no. Men først repeterer vi nokre av potensreglane frå ungdomsskulen. Vi skal òg sjå på kvifor reglane er rette.

Uttrykket 2^4 kallar vi ein *potens*. Denne potensen betyr $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$. *Eksponenten* 4 fortel kor mange gonger vi skal multiplisere *grunntalet* 2 med seg sjølv. Dersom vi skal rekne ut $2^4 \cdot 2^3$, får vi

$$2^4 \cdot 2^3 = \overbrace{\underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}_{\text{4 faktorar}} \cdot \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2}_{\text{3 faktorar}}}^{\text{4+3 faktorar}} = 2^{4+3} = 2^7$$

Denne regelen gjeld:

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

DØME

Rekn ut $5^4 \cdot 5^2$.

Løysing:

$$5^4 \cdot 5^2 = 5^{4+2} = \underline{\underline{5^6}}$$

Dersom vi skal rekne ut $\frac{3^5}{3^3}$, får vi

$$\frac{3^5}{3^3} = \frac{3 \cdot 3 \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{3}}{\cancel{3} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{3}} = \frac{3 \cdot 3}{1} = 3^2 = 9$$

Vi ser at

$$\frac{3^5}{3^3} = 3^{5-3} = 3^2 = 9$$

Vi har denne regelen:

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

Her må vi i første omgang gå ut frå at n er større enn m. Sidan skal vi utvide potensomgrepet slik at formelen gjeld for alle n og m.

DØME

Rekn ut.

a) $\dfrac{4^7}{4^5}$ **b)** $\dfrac{5^2 \cdot 5^4}{5^3}$

Løysing:

a) $\dfrac{4^7}{4^5} = 4^{7-5} = 4^2 = \underline{\underline{16}}$

b) $\dfrac{5^2 \cdot 5^4}{5^3} = \dfrac{5^{2+4}}{5^3} = \dfrac{5^6}{5^3} = 5^{6-3} = 5^3 = \underline{\underline{125}}$

Vi kan òg rekne på denne måten:

$\dfrac{5^2 \cdot 5^4}{5^3} = 5^{2+4-3} = 5^3 = \underline{\underline{125}}$

Oppgåve 1.10

Rekn ut.

a) 3^2 **b)** $(-3)^2$ **c)** 3^3 **d)** $(-3)^3$

Oppgåve 1.11

Trekk saman som éin potens.

a) $3^2 \cdot 3^3$ **b)** $2^4 \cdot 2^6$ **c)** $5^3 \cdot 5$ **d)** $10^2 \cdot 10^3 \cdot 10^5$ **e)** $(2 \cdot 10^4) \cdot (5 \cdot 10^3)$

Oppgåve 1.12

Rekn ut.

a) $\dfrac{2^4}{2^3}$ **b)** $\dfrac{10^5}{10^3}$ **c)** $\dfrac{4^3 \cdot 4^2}{4^4}$ **d)** $\dfrac{3^8 \cdot 3^6}{3^5 \cdot 3^7}$ **e)** $\dfrac{2 \cdot 10^5 \cdot 6 \cdot 10^2}{4 \cdot 10^4}$

1.2 Potensane a^0 og a^{-n}

Fram til no har vi studert potensen a^n der n er eit naturleg tal. Vi skal no innføre potensar der eksponenten er null eller negativ. Kva skal vi meine med 2^0? Det gir inga meining å multiplisere 2 med seg sjølv null gonger. Vi ynskjer at reknereglane for potensar skal gjelde for alle heiltalseksponentar.

Vi reknar ut $\frac{2^3}{2^3}$ på to måtar:

$$\frac{2^3}{2^3} = \frac{8}{8} = 1 \qquad\qquad \frac{2^3}{2^3} = 2^{3-3} = 2^0$$

Vi hadde til føresetnad at potensregelen for brøkar gjeld her. For at dei to utrekningsmåtane skal gi same svaret, må vi ha at $2^0 = 1$. Vi kan gjennomføre det same resonnementet for potensen a^0 der a er eit positivt tal. For å få reknereglane til å passe må vi ha at $a^0 = 1$.

$$a^0 = 1$$

Kva skal vi meine med uttrykket 2^{-4}? Vi kan jo ikkje sjå for oss at vi multipliserer 2 med seg sjølv –4 gonger. Vi definerer 2^{-4} på ein slik måte at reknereglane for potensar gjeld for negative eksponentar:

$$2^{-4} = 2^{0-4} = \frac{2^0}{2^4} = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}$$

Difor vel vi å definere a^{-n} slik:

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

DØME

Rekn ut.

a) 3^0 **b)** 50^0 **c)** 3^{-2} **d)** $7 \cdot 10^{-3}$

Løysing:

a) $3^0 = \underline{\underline{1}}$ **b)** $50^0 = \underline{\underline{1}}$

c) $3^{-2} = \dfrac{1}{3^2} = \underline{\underline{\dfrac{1}{9}}}$

d) $7 \cdot 10^{-3} = 7 \cdot \dfrac{1}{10^3} = \underline{\underline{\dfrac{7}{1000}}}$

DØME

Skriv talet $1{,}7 \cdot 10^{-4}$ som eit desimaltal.

Løysing:

$$1{,}7 \cdot 10^{-4} = 1{,}7 \cdot \frac{1}{10^4} = \frac{1{,}7}{10\,000} = \underline{\underline{0{,}00017}}$$

Vi kan vise at rekneregIane for potensar òg gjeld for eksponentar som ikkje er positive. Reglane gjeld altså òg når eksponentane er negative eller null.

DØME

Rekn ut.

a) $2^4 \cdot 2^{-3}$

b) $\dfrac{3^7 \cdot 3^{-1}}{3^{-3} \cdot 3^6}$

Løysing:

a) $2^4 \cdot 2^{-3} = 2^{4+(-3)} = 2^1 = \underline{\underline{2}}$

b) $\dfrac{3^7 \cdot 3^{-1}}{3^{-3} \cdot 3^6} = \dfrac{3^{7+(-1)}}{3^{-3+6}} = \dfrac{3^6}{3^3} = 3^{6-3} = 3^3 = \underline{\underline{27}}$

?

Oppgåve 1.20

Rekn ut og skriv svaret som ein brøk eller eit heilt tal.

a) 5^0 **b)** $(-2)^0$ **c)** 5^{-1} **d)** 2^{-4}

e) 10^{-2} **f)** 10^0 **g)** 10^{-4}

Oppgåve 1.21

Rekn ut.

a) $2^3 \cdot 2^{-4}$ **b)** $3^{-4} \cdot 3^5$ **c)** $\dfrac{3^{-2}}{3^{-3}}$ **d)** $\dfrac{2^{-3} \cdot 2^5}{2^3 \cdot 2^{-1}}$ **e)** $\dfrac{a^4 \cdot a^{-3}}{a^{-2} \cdot a}$

1.3 Rekneregler for potensar

Dersom vi skal rekne ut $\left(\frac{2}{3}\right)^3$, kan vi gjere det slik:

$$\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3} = \frac{2\cdot2\cdot2}{3\cdot3\cdot3} = \frac{2^3}{3^3} = \frac{8}{27}$$

Vi har denne regelen for alle heile tal n:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

DØME

Rekn ut.

a) $\left(\frac{2}{5}\right)^3$ **b)** $\left(\frac{3}{2}\right)^4\left(\frac{x}{3}\right)^3$

Løysing:

a) $\left(\frac{2}{5}\right)^3 = \frac{2^3}{5^3} = \underline{\underline{\frac{8}{125}}}$

b) $\left(\frac{3}{2}\right)^4\left(\frac{x}{3}\right)^3 = \frac{3^4}{2^4}\cdot\frac{x^3}{3^3} = \frac{3^4\cdot x^3}{2^4\cdot 3^3} = \frac{3^{4-3}\cdot x^3}{2^4} = \underline{\underline{\frac{3x^3}{16}}}$

Uttrykk som $(2x)^3$ kan vi rekne ut utan å kjenne nokon potensregel:

$$(2x)^3 = 2x\cdot 2x\cdot 2x = 2\cdot 2\cdot 2\cdot x\cdot x\cdot x = 2^3x^3 = 8x^3$$

Vi ser at $(2x)^3 = 2^3x^3$. Tilsvarande gjeld for alle produkt ab og alle eksponentar n:

$$(a\cdot b)^n = a^n\cdot b^n$$

DØME

Rekn ut.

a) $(3x)^2$ **b)** $(2x)^{-1}\cdot 4x$

Løysing:

a) $(3x)^2 = 3^2 \cdot x^2 = \underline{\underline{9x^2}}$

b) $(2x)^{-1} \cdot 4x = 2^{-1} \cdot x^{-1} \cdot 4x = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{x} \cdot 4x = \frac{\overset{2}{\cancel{4}}\,\cancel{x}}{\cancel{2}\,\cancel{x}} = \underline{\underline{2}}$

!

I dømet ovanfor såg vi at $(3x)^2 = 9x^2$. Det er dermed stor forskjell på $(3x)^2$ og $3x^2$. I $3x^2$ skal vi berre kvadrere x og ikkje 3-talet. I $(3x)^2$ kvadrerer vi 3-talet òg.

?

Oppgåve 1.30

Rekn ut.

a) $\left(\frac{1}{2}\right)^3$ **b)** $\left(\frac{2}{3}\right)^3$ **c)** $\left(\frac{1}{10}\right)^3$ **d)** $\left(-\frac{2}{3}\right)^3$

Oppgåve 1.31

Rekn ut.

a) $\left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot 3^3$ **b)** $\frac{2^5}{5^2} \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^3$ **c)** $\left(\frac{x}{2}\right)^2$ **d)** $3^5 \cdot \left(\frac{x}{3}\right)^4$

Vi skal no finne ein regel vi kan bruke når vi skal rekne ut ein potens der grunntalet er ein potens. Uttrykket $(2^3)^4$ er av den typen.

$$(2^3)^4 = 2^3 \cdot 2^3 \cdot 2^3 \cdot 2^3 = 2^{3+3+3+3} = 2^{3 \cdot 4} = 2^{12}$$

For to vilkårlege eksponentar m og n får vi:

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

DØME

Rekn ut.

a) $(3^2)^3$ **b)** $(2x^{-2})^{-1}$

Løysing:

a) $(3^2)^3 = 3^{2 \cdot 3} = 3^6 = \underline{\underline{729}}$

b) $(2x^{-2})^{-1} = 2^{-1}(x^{-2})^{-1} = \frac{1}{2}x^{(-2)(-1)} = \underline{\underline{\frac{1}{2}x^2}}$

!

Du må ikkje blande saman $(a^2)^4$ og a^2a^4.

$$(a^2)^4 = a^{2 \cdot 4} = a^8$$
$$a^2a^4 = a^{2+4} = a^6$$

?

Oppgåve 1.32

Rekn ut og skriv svaret som eit desimaltal eller eit heilt tal.

a) $(5 \cdot 10^3)^3$

b) $(2 \cdot 10^2)^{-1}$

c) $(3 \cdot 10^3)^2 \cdot (3 \cdot 10^{-2})^{-1}$

d) $\dfrac{5 \cdot 10^{-2} \cdot 9 \cdot 10^4}{3 \cdot 10^3}$

Oppgåve 1.33

Skriv så enkelt du kan.

a) $x^7 \cdot (x^{-2})^3$

b) $(2x^{-2})^{-1} \cdot 2x^{-3}$

1.4 Tal på standardform

Store tal med mange siffer er uoversiktlege. Ofte gjer vi reknefeil når vi skal rekne med slike tal, for det er lett å gløyme eit siffer. Dersom vi i staden skriv talet ved hjelp av tiarpotensar, får vi betre styring med utrekningane.

DØME

Skriv talet 8 700 000 ved hjelp av tiarpotens.

Løysing:

Talet er

$$8\ 700\ 000 = 8{,}7 \cdot 1\ 000\ 000 = \underline{\underline{8{,}7 \cdot 10^6}}$$

Til vanleg skriv vi direkte $8\ 700\ 000 = 8{,}7 \cdot 10^6$. Eksponenten 6 fortel oss kor mange plassar vi har flytta kommaet mot *venstre*.

Når vi skal rekne med svært små desimaltal, er det lett å gjere kommafeil. Vi reknar mykje sikrare dersom vi skriv tala ved hjelp av tiarpotensar med negative eksponentar. No skal vi rekne ut nokre tiarpotensar med negativ eksponent så vi ser korleis systemet er.

$$10^{-1} = \frac{1}{10^1} = \frac{1}{10} = 0{,}1$$

$$10^{-2} = \frac{1}{10^2} = \frac{1}{100} = 0{,}01$$

$$10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1000} = 0{,}001$$

$$10^{-4} = \frac{1}{10^4} = \frac{1}{10\,000} = 0{,}0001$$

DØME

Skriv tala ved hjelp av tiarpotensar og rekn ut $0{,}00012 \cdot 0{,}000037$.

Løysing:
Vi omformar 0,00012:

$$0{,}00012 = 1{,}2 \cdot 0{,}0001 = \underline{\underline{1{,}2 \cdot 10^{-4}}}$$

Den negative eksponenten –4 fortel kor mange plassar vi har flytta kommaet mot *høgre*.

For talet 0,000037 får vi

$$0{,}000037 = \underline{\underline{3{,}7 \cdot 10^{-5}}}$$

No finn vi produktet.

$$\begin{aligned} 0{,}00012 \cdot 0{,}000037 &= 1{,}2 \cdot 10^{-4} \cdot 3{,}7 \cdot 10^{-5} \\ &= 1{,}2 \cdot 3{,}7 \cdot 10^{-4+(-5)} \\ &= 4{,}44 \cdot 10^{-9} \\ &= \underline{\underline{0{,}00000000444}} \end{aligned}$$

Eit tal er skrive på *standardform* når det er skrive som

$$\pm a \cdot 10^{n}$$

der $\leq 1\ a < 10$ og n er eit heilt tal.

DØME

Skriv tala 230 000 og 0,0000000167 på standardform.

Løysing:

$230\ 000 = \underline{\underline{2{,}3 \cdot 10^5}}$

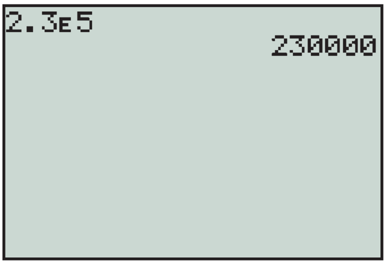
$0{,}0000000167 = \underline{\underline{1{,}67 \cdot 10^{-8}}}$

Lommereknaren har ein eigen tast som vi bruker når vi skal leggje inn tal på standardform.

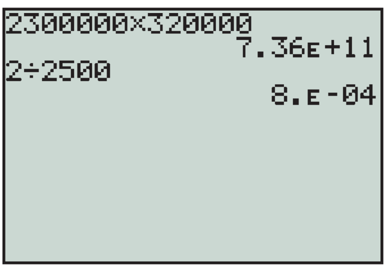
ON

CASIO

Når vi skal leggje inn talet $2{,}3 \cdot 10^5$, tastar vi først 2.3, trykkjer så på EXP og tastar til slutt 5. Dersom vi no trykkjer på EXE, får vi skrive talet på vanleg måte som vist på figuren nedanfor.



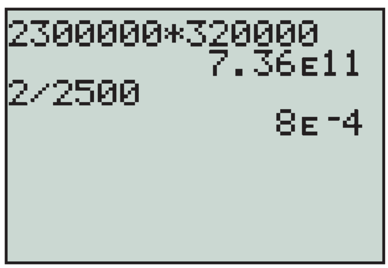
Nokre gonger skriv lommereknaren svaret på standardform når vi legg inn vanlege tal. På figuren nedanfor har vi rekna ut 2 300 000 · 320 000 og 2 : 2500 på lommereknaren.



TEXAS

Når vi skal leggje inn talet $2{,}3 \cdot 10^5$, tastar vi først 2.3, trykkjer så på EE (2nd og ,) og tastar til slutt 5. Dersom vi no trykkjer på ENTER, får vi skrive talet på vanleg måte som vist på figuren nedanfor.

Nokre gonger skriv lommereknaren svaret på standardform når vi legg inn vanlege tal. På figuren nedanfor har vi rekna ut 2 300 000 · 320 000 og 2 : 2500 på lommereknaren.



Vi ser at svara blir 7.36E+11 og 8.E–04. Desse tala er skrivne på standardform.

$$7.36E{+}11 = 7{,}36 \cdot 10^{11}$$
$$8.E{-}04 = 8{,}0 \cdot 10^{-4} = 0{,}0008$$

Vi ser at svara blir 7.36E11 og 8E–4. Desse tala er skrivne på standardform.

$$7.36E11 = 7{,}36 \cdot 10^{11}$$
$$8E{-}4 = 8{,}0 \cdot 10^{-4} = 0{,}0008$$

Oppgåve 1.40

Skriv som heile tal eller som desimaltal.

a) $2{,}3 \cdot 10^{3}$ **b)** $7{,}1 \cdot 10^{-2}$ **c)** $8{,}44 \cdot 10^{6}$ **d)** $2{,}92 \cdot 10^{-5}$

Oppgåve 1.41

Skriv på standardform.

a) 0,000153 **b)** 14 300 **c)** 937 000 000 **d)** 0,00000275

Når vi har ei oppgåve der tala er skrivne på standardform, er det ofte lurt å rekne slik vi gjer i dette dømet:

DØME

a) Rekn ut $2{,}3 \cdot 10^{8} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-6}$.

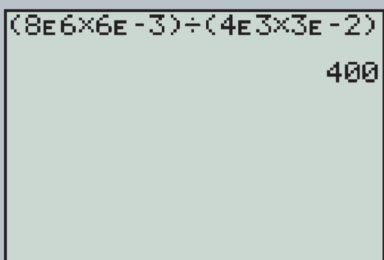
b) Bruk lommereknaren og rekn ut $\dfrac{8 \cdot 10^{6} \cdot 6 \cdot 10^{-3}}{4 \cdot 10^{3} \cdot 3 \cdot 10^{-2}}$.

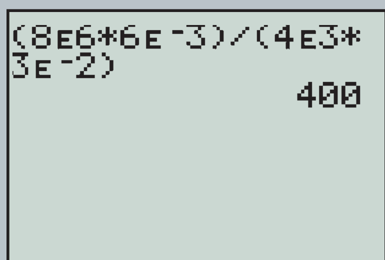
Løysing:

a) Vi samlar tala og tiarpotensane kvar for seg.

$$\begin{aligned}2{,}3 \cdot 10^{8} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-6} &= 2{,}3 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{8} \cdot 10^{-6}\\ &= 3{,}68 \cdot 10^{8+(-6)} = 3{,}68 \cdot 10^{2} = \underline{\underline{368}}\end{aligned}$$

b) På figuren til venstre nedanfor har vi rekna oppgåve b på Casio. På figuren til høgre er oppgåva rekna på Texas. Legg merke til at vi set parentes om teljaren og om nemnaren.





Oppgåve 1.42

Rekn ut og skriv svaret som desimaltal.

a) $(5 \cdot 10^3) \cdot (3 \cdot 10^{-6})$ **b)** $(2 \cdot 10^{-1}) \cdot (5 \cdot 10^{-1})$

c) $\dfrac{8,4 \cdot 10^{-2}}{2,1 \cdot 10^{-3}}$ **d)** $\dfrac{(5 \cdot 10^{-2}) \cdot (9 \cdot 10^{4})}{3 \cdot 10^{3}}$

Oppgåve 1.43

Rekn ut både med og utan lommereknar. Skriv svaret på standardform.

a) $(4 \cdot 10^{-4}) \cdot (2 \cdot 10^2)$ **b)** $(8 \cdot 10^6) \cdot (3 \cdot 10^{-2})$

c) $\dfrac{(3,2 \cdot 10^5) \cdot (4 \cdot 10^{-2})}{1,6 \cdot 10^{-3}}$ **d)** $\dfrac{(2 \cdot 10^7) \cdot (4 \cdot 10^5)}{(4 \cdot 10^{-2})^2}$

Oppgåve 1.44

Gjer om til standardform og rekn ut.

a) $12\,000\,000 \cdot 0,0000023$

b) $0,00075 \cdot 0,000000017$

c) $\dfrac{4\,600\,000\,000}{0,000002}$ **d)** $\dfrac{0,00045 \cdot 0,0012}{27\,000\,000}$

Oppgåve 1.45

Jordradien er 6 400 000 m. Bruk formelen

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

og rekn ut volumet av jorda i kubikkmeter.

1.5 Det binære talsystemet

Når vi reknar, bruker vi *titalssystemet*. Dette talsystemet har ti talsymbol (0, 1, 2, …, 9). Korleis det verkar, kan vi finne ut ved å sjå på til dømes talet 2347:

$$2347 = 2 \cdot 1000 + 3 \cdot 100 + 4 \cdot 10 + 7$$

Dersom vi bruker potensar, får vi

$$2347 = 2 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10 + 7$$

Det siste sifferet er einarar, det nest siste er tiarar, det tredjesiste hundrarar, osb. Det er plasseringa av sifra som fortel om det er einarar, tiarar, hundrarar, osb. Eit slikt system kallar vi eit *plassverdisystem*.

I ein datamaskin eller lommereknar kan vi tenkje oss at alle tal blir lagra ved at ein brytar er av eller på. Då har vi berre to moglege talsymbol: 0 når brytaren er av, og 1 når han er på. Difor må vi bruke eit talsystem med berre to symbol, 0 og 1. Dette talsystemet kallar vi *totalssystemet* eller *det binære talsystemet*. Alle tal i dette systemet er dermed samansette av berre nullar og einarar. Talet 1010 er eit døme på eit binært tal. Det er ikkje lik tusen og ti. Når vi skal finne ut kva for eit tal det er, gjer vi slik:

$$1010 = 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2 + 0 = 1 \cdot 8 + 0 \cdot 4 + 1 \cdot 2 + 0 = 10$$

Det binære talet 1010 er det same som talet ti. Vi ser at det binære talsystemet verkar på same måten som titalssystemet. Skilnaden er at for binære tal bruker vi potensar av to i staden for potensar av ti.

Alle datamaskinar og lommereknarar bruker totalssystemet til all rekning utan at vi oppdagar det. Når du skriv eit reknestykke ved hjelp av tastaturet, blir tala automatisk omsette til totalssystemet. Alle utrekningane blir så gjorde i totalssystemet. Svaret blir deretter omsett til titalssystemet før det blir skrive ut på skjermen. Vi skal no lære å omsetje tal mellom totalssystemet og titalssystemet.

DØME

Rekn om frå binære tal til vanlege tal.
a) 101 **b)** 1101 **c)** 10011

Løysing:
a) $101 = 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2 + 1 = 4 + 0 + 1 = \underline{\underline{5}}$
b) $1101 = 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2 + 1 = 8 + 4 + 0 + 1 = \underline{\underline{13}}$
c) $10011 = 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2 + 1 = 16 + 0 + 0 + 2 + 1 = \underline{\underline{19}}$

?

Oppgåve 1.50

Rekn om frå binære tal til vanlege tal.
a) 110 **b)** 1110 **c)** 10110 **d)** 111001

Oppgåve 1.51

Fyll ut tabellen.

Binærtal	0	1	10	11	100	101	110	111	1000	1001	1010	1011
Vanlege tal												

Korleis kan vi omsetje frå vanlege tal til binære tal?

Vi tek utgangspunkt i denne tabellen med potensar av 2.

2^1	2^2	2^3	2^4	2^5	2^6	2^7	2^8	2^9	2^{10}
2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024

Dersom vi skal skrive talet 23 som eit binært tal, leitar vi oss fram til den største toarpotensen som er mindre enn 23. Det er 16.

Vidare er $23 = 16 + 7$.

No finn vi den største toarpotensen som er mindre enn 7. Det er 4. Ettersom $7 = 4 + 3$, får vi

$$23 = 16 + 4 + 3$$

eller

$$23 = 16 + 4 + 2 + 1$$

Dermed er

$$23 = 1 \cdot 16 + 0 \cdot 8 + 1 \cdot 4 + 1 \cdot 2 + 1$$

Talet 23 er altså det same som det binære talet 10111.

DØME

Skriv 37 som eit binært tal.

Løysing:
Talet 37 kan vi skrive slik:

$$37 = 32 + 5 = 32 + 4 + 1$$

Dermed er

$$37 = 1 \cdot 32 + 0 \cdot 16 + 0 \cdot 8 + 1 \cdot 4 + 0 \cdot 2 + 1 = \underline{\underline{100101}}$$

Oppgåve 1.52
Skriv tala som binærtal.

a) 13 **b)** 23 **c)** 42 **d)** 70

Oppgåve 1.53
Skriv tala frå 1 til 16 som binærtal.

1.6 Det oktale talsystemet

Vi kan òg lage eit talsystem med 8 som grunntal. Då bruker vi symbola 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 og 7. Dersom 463 er eit tal i *åttetalssystemet* eller *det oktale talsystemet*, så er det det same som

$$463 = 4 \cdot 8^2 + 6 \cdot 8 + 3 = 4 \cdot 64 + 6 \cdot 8 + 3 = 307$$

Talet 463 i åttetalssystemet er det same som talet 307 i titalssystemet.

Oppgåve 1.60

Tala

561, 720, 2356, 6200 og 12 020

er skrivne i åttetalssystemet. Omset dei til vanlege tal.

Korleis kan vi omsetje eit tal frå titalssystemet til åttetalssystemet? Vi viser metoden i eit døme.

DØME

Omset talet 6206 til det oktale talsystemet.

Løysing:
Vi lagar ein tabell med potensar med grunntalet 8.

8^1	8^2	8^3	8^4	8^5
8	64	512	4096	32 768

Vi finn det største talet i tabellen som er mindre enn 6206. Det er 4096.

Vi skal dividere 6206 med 4096. Ved hjelp av lommereknaren finn vi at

$$6206 - 1 \cdot 4096 = 2110$$

Altså er

$$6206 = 1 \cdot 4096 + 2110$$
$$6206 = 1 \cdot 8^4 + 2110$$

No dividerer vi 2110 med det neste talet i tabellen, som er 512.

Lommereknaren gir

$$2110 - 4 \cdot 512 = 62$$
$$2110 = 4 \cdot 512 + 62$$
$$2110 = 4 \cdot 8^3 + 62$$

Innsett i uttrykket for 6206 gir det

$$6206 = 1 \cdot 8^4 + 2110$$
$$6206 = 1 \cdot 8^4 + 4 \cdot 8^3 + 62$$

Talet 62 er mindre enn 64 eller 8^2, som er det neste talet i tabellen på førre sida. Dermed er

$$6206 = 1 \cdot 8^4 + 4 \cdot 8^3 + 0 \cdot 8^2 + 62$$

Når vi dividerer 62 med 8, går det i ein 7-gang. Vidare er

$$62 - 7 \cdot 8 = 6$$
$$62 = 7 \cdot 8 + 6$$

Dermed er

$$6206 = 1 \cdot 8^4 + 4 \cdot 8^3 + 0 \cdot 8^2 + 7 \cdot 8 + 6$$

Talet 6206 skrive i åttetalssystemet er 14 076.

?

Oppgåve 1.61

Skriv tala i åttetalssystemet.

a) 347 **b)** 1289

c) 5714 **d)** 89 123

Det er enklare å omsetje mellom totalssystemet og åttetalssystemet enn mellom titalssystemet og åttetalssystemet.

Når vi omset mellom totalssystemet og åttetalssystemet, bruker vi denne tabellen:

Totalssystem	000	001	010	011	100	101	110	111
Åttetalssystem	0	1	2	3	4	5	6	7

Vi viser framgangsmåten med eit døme.

DØME

a) Talet 241 er skrive i åttetalssystemet.
Skriv talet i totalssystemet.

b) Talet 11010110 er skrive i totalssystemet.
Omset talet til åttetalssystemet.

Løysing:

a) Når vi skal omsetje frå åttetalssystemet til totalssystemet, bruker vi tabellen på førre sida og omset kvart siffer til totalssystemet.

$$\underbrace{010}_{2}\underbrace{100}_{4}\underbrace{001}_{1}$$

Vi tek bort nullar fremst i talet.

Talet er 10 100 001 skrive i totalssystemet.

b) Når vi skal omsetje frå totalssystemet til åttetalssystemet, deler vi talet opp i tre og tre siffer. Begynn bakarst! Dersom oppdelinga ikkje går opp, legg vi til nullar framfor slik som vist nedanfor.

$$\underbrace{011}_{3}\underbrace{010}_{2}\underbrace{110}_{6}$$

Deretter bruker vi tabellen på førre sida og omset tre og tre siffer til åttetalssystemet.

Talet er 326 i åttetalssystemet.

Oppgåve 1.62

Omset frå åttetalssystemet til totalssystemet.

a) 72 **b)** 345 **c)** 1653 **d)** 12 453

Oppgåve 1.63

Omset frå totalssystemet til åttetalssystemet.

a) 110101 **b)** 10111011
c) 1000100101 **d)** 10111001101

Oppgåve 1.64

a) Talet 873 er skrive i titalssystemet.
Omset det til totalssystemet.
b) Omset svaret i oppgåve a til åttetalssystemet.
c) Omset svaret i oppgåve b til titalssystemet.
Fekk du 873?

1.7 Det heksadesimale talsystemet

Dei binære tala har mange siffer. Når vi skriv talet 211 som eit binærtal, blir det 11010011. Det er fort gjort å gjere feil når vi skal skrive eit slikt tal, eller når vi skal seie talet til ein annan person. Vi kunne ha delt opp talet i tre og tre siffer og omsett til åttetalssystemet. Men i datateknologien er det vanleg at binære tal inneheld 16 siffer, 32 siffer, 64 siffer osb. Det blir difor lettare dersom vi les fire og fire siffer om gongen. I tillegg bruker vi denne tabellen:

Binært tal	Vanleg tal	Symbol	Binært tal	Vanleg tal	Symbol
0000	0	0	1000	8	8
0001	1	1	1001	9	9
0010	2	2	1010	10	A
0011	3	3	1011	11	B
0100	4	4	1100	12	C
0101	5	5	1101	13	D
0110	6	6	1110	14	E
0111	7	7	1111	15	F

Talet 11010011 deler vi opp i to delar og les det på denne måten:

$$\underbrace{1101}_{\text{D}}\underbrace{0011}_{3} = \text{D}3$$

Når vi så skal ha tilbake binærtalet, bruker vi tabellen og skiftar ut D med 1101 og 3 med 0011. Då får vi tilbake talet 11010011.

Når vi skal finne ut kva for eit tal D3 er, kan vi gjere slik:

I tabellen ser vi at D er talet 13. Då er D3 det same som

$$13 \cdot 16 + 3 = 211$$

Talet 10111001001 har elleve siffer. Når vi skal lese dette talet, set vi ein 0 framfor slik at det blir tolv siffer. Då kan vi setje saman fire og fire 0 og 1 på denne måten:

$$\underbrace{0101}_{5}\underbrace{1100}_{\text{C}}\underbrace{1001}_{9} = 5\text{C}9$$

Vi les talet som 5C9.

Kva for eit tal er så det?

Vi skriv 5C9 ved hjelp av potensar av 16. Hugs at C er det same som 12.

$$5C9 = 5 \cdot 16^2 + 12 \cdot 16 + 9 = 5 \cdot 256 + 12 \cdot 16 + 9 = 1481$$

Talet 5C9 er skrive i *16-talssystemet* (det *heksadesimale* talsystemet) og er det same som 1481 i titalssystemet.

DØME

a) Skriv det binære talet 1011011001 i det heksadesimale talsystemet.
b) Skriv talet i det vanlege talsystemet.

Løysing:
a) $1011011001 = \underbrace{0010}_{2}\underbrace{1101}_{D}\underbrace{1001}_{9} = \underline{\underline{2D9}}$

b) Ettersom D er talet 13, blir dette

$$2D9 = 2 \cdot 16^2 + 13 \cdot 16 + 9 = 2 \cdot 256 + 13 \cdot 16 + 9 = \underline{\underline{729}}$$

?

Oppgåve 1.70
a) Skriv det binære talet 11100101 i det heksadesimale talsystemet.
b) Kva for eit tal er det i vårt talsystem?

Oppgåve 1.71
a) Skriv det binære talet 1111010100 i det heksadesimale talsystemet.
b) Kva for eit tal er det i vårt talsystem?

Oppgåve 1.72
a) Skriv talet 729 i det binære talsystemet.
b) Skriv svaret i oppgåve a i det heksadesimale talsystemet.
c) Kontroller om svaret i oppgåve b gir talet 729.

SAMANDRAG

Definisjon av a^0

For alle tal $a \neq 0$ er

$$a^0 = 1$$

Definisjon av a^{-n}

For alle tal n og alle tal $a \neq 0$ er

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

Reknereglar for potensar

For alle tal m og n er

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

Tal på standardform

Eit tal er skrive på *standardform* når det er skrive som

$$\pm a \cdot 10^n$$

der $1 \leq a < 10$ og n er eit heilt tal.

Titalssystemet

Titalssystemet er det talsystemet med grunntal 10 som vi bruker dagleg. Talet 247 betyr

$$247 = 2 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10 + 7$$

Totalssystemet

Totalssystemet (det binære talsystemet) har 2 som grunntal. Alle tal skriv vi der ved hjelp av sifra 0 og 1. Det binære talet 1101 er det same som

$$1101 = 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2 + 1 = 13$$

Åttetalssystemet
Åttetalssystemet (det oktale talsystemet) har 8 som grunntal. Alle tal skriv vi der ved hjelp av sifra 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 og 7. Talet 2573 i åttetalssystemet er det same som

$$2573 = 2 \cdot 8^3 + 5 \cdot 8^2 + 7 \cdot 8 + 3 = 1403$$

16-talssystemet
16-talssystemet (det heksadesimale talsystemet) har 16 som grunntal. Alle tal skriv vi der ved hjelp av sifra 0, 1, …, 9, A (10), B (11), C (12), D (13), E (14) og F (15). Talet 8D3 i 16-talssystemet er det same som

$$8D3 = 8 \cdot 16^2 + 13 \cdot 16 + 3 = 2259$$

Oppgåver

1 Potensar og talsystem

KATEGORI 1

1.1 Potensar

Oppgåve 1.110
Rekn ut.
a) 2^3 **b)** 3^2 **c)** 4^2 **d)** 2^4

Oppgåve 1.111
Rekn ut.
a) 10^3 **b)** $(-5)^2$ **c)** $(-2)^3$ **d)** $(-2)^4$

Oppgåve 1.112
Skriv uttrykka som éin potens.
a) $2^3 \cdot 2^4$ **b)** $\frac{2^5}{2^3}$
c) $5^3 \cdot 5^1$ **d)** $\frac{3^7}{3^4}$

1.2 Potensane a^0 og a^{-n}

Oppgåve 1.120
Rekn ut.
a) 7^0 **b)** 2^{-2} **c)** $\frac{3^2}{3^2}$ **d)** 3^{-1}

Oppgåve 1.121
Rekn ut.
a) 3^{-2} **b)** 2^{-5} **c)** $2^3 \cdot 2^{-3}$ **d)** $5^5 \cdot 5^{-4}$

Oppgåve 1.222
Rekn ut.
a) 10^0 **b)** 5^{-2}
c) $\left(\frac{1}{2}\right)^0$ **d)** $4 \cdot 2^{-2}$

1.3 Reknereglar for potensar

Oppgåve 1.130
Rekn ut.
a) $(4x)^2$ **b)** $\left(\frac{2}{5}\right)^2$
c) $(3y)^3$ **d)** $\left(\frac{1}{2}\right)^3$

Oppgåve 1.131
Rekn ut.
a) $\left(2x^2\right)^2$ **b)** $\left(\frac{2}{x^2}\right)^2$
c) $(3y)^{-1}$ **d)** $\left(\frac{x}{2}\right)^{-1}$

Oppgåve 1.132
Rekn ut.

a) $(3y)^2 \cdot y^{-2}$ **b)** $\left(\frac{5}{x^3}\right)^2 \cdot \left(\frac{5}{x}\right)^{-1}$

Oppgåve 1.133
Rekn ut.

a) $\left(2 \cdot 10^2\right)^3$ **b)** $\left(3 \cdot 10^{-6}\right)^2$

1.4 Tal på standardform

Oppgåve 1.140
Skriv som heile tal.

a) $2{,}7 \cdot 10^4$ **b)** $1{,}8 \cdot 10^8$
c) $50 \cdot 10^{-1}$ **d)** $3{,}0 \cdot 10^0$

Oppgåve 1.141
Skriv som desimaltal.

a) $2{,}3 \cdot 10^{-2}$ **b)** $1{,}9 \cdot 10^{-4}$
c) $0{,}0075 \cdot 10^2$ **d)** $7{,}2 \cdot 10^{-1}$

Oppgåve 1.142
Kva for nokre tal er ikkje skrivne på standardform?

a) $1{,}2 \cdot 10^2$ **b)** $0{,}8 \cdot 10^7$
c) $9{,}8 \cdot 10^{-10}$ **d)** $12{,}4 \cdot 10^{12}$
e) $1 \cdot 10^{27}$ **f)** $2{,}8$

Oppgåve 1.143
Skriv på standardform.

a) 23 000 **b)** 0,00006
c) 85 000 000 **d)** 0,00000009

Oppgåve 1.144
Rekn ut utan lommereknar og skriv svaret på standardform.

a) $(2{,}5 \cdot 10^4) \cdot (3 \cdot 10^{12})$
b) $(8{,}5 \cdot 10^2) \cdot (4 \cdot 10^{11})$
c) $(6{,}5 \cdot 10^9) \cdot (3 \cdot 10^{-6})$
d) $\dfrac{8{,}4 \cdot 10^9}{2{,}1 \cdot 10^3}$

Oppgåve 1.145
Kva for nokre tal er like store?

$3{,}4 \cdot 10^6$
34 000 000
$0{,}34 \cdot 10^8$
$34 \cdot 10^5$

Oppgåve 1.146
Rekn ut på lommereknaren og skriv på standardform.

a) $(2{,}72 \cdot 10^7) \cdot (9{,}43 \cdot 10^{10})$
b) $(5{,}45 \cdot 10^{-4}) \cdot (3{,}40 \cdot 10^{-7})$
c) $\dfrac{9{,}3 \cdot 10^{12}}{8{,}1 \cdot 10^5}$
d) $\dfrac{1{,}6 \cdot 10^{-19}}{2{,}1 \cdot 10^5}$

Oppgåve 1.147
Gjer om til standardform og rekn ut.

a) $230\,000\,000 \cdot 560\,000$
b) $0{,}000000005 \cdot 0{,}000034$
c) $45\,000\,000 \cdot 0{,}0009$
d) $0{,}00000050 \cdot 50\,000\,000\,000$

1.5 Det binære talsystemet

Oppgåve 1.150
Rekn om frå binære tal til vanlege tal.

a) 10 **b)** 100
c) 1000 **d)** 10000

Oppgåve 1.151
Rekn om frå binære tal til vanlege tal.

a) 11 **b)** 101
c) 110 **d)** 1010

Oppgåve 1.152
Rekn om frå vanlege tal til binære tal.

a) 2 **b)** 8
c) 9 **d)** 10

1.6 Det oktale talsystemet

Oppgåve 1.160
Skriv dei vanlege tala i det oktale talsystemet.
a) 8 **b)** 12 **c)** 16 **d)** 24

Oppgåve 1.161

8^1	8^2	8^3	8^4
8	64	512	4096

Bruk tabellen og skriv dei vanlege tala i det oktale talsystemet.
a) 9 **b)** 66 **c)** 515 **d)** 4104

Oppgåve 1.162
Skriv dei binære tala i det oktale talsystemet.
a) 111 **b)** 111111 **c)** 100001 **d)** 101101

Oppgåve 1.163
Skriv dei oktale tala i det binære talsystemet.
a) 12 **b)** 21 **c)** 70 **d)** 77

1.7 Det heksadesimale talsystemet

Oppgåve 1.170
Skriv det binære talet i det heksadesimale talsystemet.
a) 1010 **b)** 1100 **c)** 1110 **d)** 1111

Oppgåve 1.171
a) Skriv dei binære tala i det heksadesimale talsystemet.
1) 10000001 **2)** 10110011
b) Kva for vanlege tal er det?

Oppgåve 1.172
a) Skriv det heksadesimale C5 i det vanlege talsystemet.
b) Skriv talet i det binære talsystemet.

KATEGORI 2

1.1 Potensar

Oppgåve 1.210
Rekn ut.
a) $2^4 \cdot 2^5 \cdot 2$ **b)** $\dfrac{3^2 \cdot 3^4}{3 \cdot 3^4}$
c) $\dfrac{2^5 \cdot 2^3}{2^4 \cdot 2^2}$ **d)** $2^3 \cdot 2^2 \cdot \dfrac{4^3 \cdot 4^2}{4^4}$

Oppgåve 1.211
Rekn ut.
a) $\dfrac{2^3 \cdot 3^3 \cdot 2^5}{3^2 \cdot 2^7}$
b) $\dfrac{5^2 \cdot 2^7 \cdot 5^4}{2^2 \cdot 5^4 \cdot 2^4}$

Oppgåve 1.212
Rekn ut.
a) $\dfrac{a^3 \cdot a}{a^2}$
b) $2^3 \cdot b^4 \cdot 2^2 \cdot b$
c) $x^2 \cdot y \cdot x \cdot y^4$

1.2 Potensane a^0 og a^{-n}

Oppgåve 1.220
Rekn ut.
a) $\dfrac{3^3 \cdot 2^{-2} \cdot 3^{-4}}{2^{-1} \cdot 3^{-2}}$ **b)** $\dfrac{4^0 \cdot 2^3 \cdot 4^{-1}}{4^{-2} \cdot 2^4}$

Oppgåve 1.221
Rekn ut.
a) $a^{2n} \cdot a^{1-n} \cdot a^{-2}$ **b)** $\dfrac{a^3 \cdot a^{-5}}{a^{-3} \cdot a^2}$

Oppgåve 1.222
Kva for to forskjellige positive heile tal x og y er slik at

$$x^y = y^x$$

1.3 Rekneregler for potensar

Oppgåve 1.230
Rekn ut og skriv svara så enkelt som råd.

a) $(2x)^2 \cdot (3x)^{-3}$ **b)** $(xy)^{-2} \cdot (xy^2)^3$

c) $\dfrac{(3y^2)^2}{(6y)^3}$ **d)** $(2 \cdot 3^2)^{-2} \cdot (2^{-2} \cdot 3^3)^2$

Oppgåve 1.231
Rekn ut og skriv svaret som ein brøk.

a) $\left(\dfrac{2}{5}\right)^3$ **b)** $\left(\dfrac{3}{5}\right)^{-2}$

c) $\left(\dfrac{2x}{3}\right)^{-1}$ **d)** $\left(\dfrac{4}{5x}\right)^2$

Oppgåve 1.232
Rekn ut og skriv svaret som ein brøk.

a) $\left(\dfrac{1}{2}\right)^{-2}$ **b)** $\left(\dfrac{2}{3}\right)^{-1}$

c) $\left(\dfrac{2}{5}\right)^{-2} \cdot \left(\dfrac{2}{3}\right)^2$

d) $\left(\dfrac{x}{y^2}\right)^{-3} \cdot \left(\dfrac{y^2}{x}\right)^2$

Oppgåve 1.233
Rekn ut.

$$2^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} + \left(\frac{1}{2}\right)^{-4} + \left(\frac{1}{4}\right)^{-2}$$

1.4 Tal på standardform

Oppgåve 1.240
Skriv på standardform.

a) Lysfarten: 300 000 000 m/s

b) Elektronmassen:
0,000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 911 kg

c) Lengda av eit lysår:
9 460 000 000 000 000 m

d) Elementærladningen:
0,000 000 000 000 000 000 16 C
(C = coulomb)

Oppgåve 1.241
Skriv svara på standardform.

a) $\dfrac{0,001234 \cdot 0,003456}{0,000003421}$

b) $\dfrac{123489,7 \cdot 345698,8}{0,8 \cdot 6941,9}$

c) $2,3 \cdot 10^5 \cdot 6,9 \cdot 10^7 \cdot 5,9 \cdot 10^9$

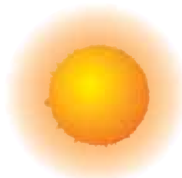
d) $1,7 \cdot 10^{-4} \cdot 4,4 \cdot 10^{-8} \cdot 6,0 \cdot 10^3$

Oppgåve 1.242
Ein datamaskin gjer 1,6 milliardar enkeltoperasjonar på eitt sekund.
Kor mange enkeltoperasjonar kan han gjere på eitt døgn? Skriv svaret på standardform.

Oppgåve 1.243
Solradien er $r = 698\ 000\ 000$ m, og solmassen er $M = 2 \cdot 10^{30}$ kg.

a) Bruk formelen for volumet av ei kule $V = \dfrac{4}{3}\pi r^3$ til å rekne ut volumet av sola i kubikkmeter.

b) Bruk formelen $M = T \cdot V$ til å finne gjennomsnittstettleiken T av sola.



Oppgåve 1.244
I ein kubikkcentimeter grøderik jord er det opptil fem milliardar bakterieceller.
Kor mange bakterieceller kan vi då ha i ein kubikkmeter med jord? Skriv svaret på standardform.

1.5 Det binære talsystemet

Oppgåve 1.250

Rekn om frå binære tal til vanlege tal.

a) 101001 **b)** 110011
c) 101010 **d)** 101110

Oppgåve 1.251

Rekn om frå vanlege til binære tal.

a) 10 **b)** 100 **c)** 111

Oppgåve 1.252

Når vi skal leggje saman binære tal, må vi bruke at

$$1 + 0 = 1 \text{ og at } 1 + 1 = 10$$

a) Legg saman dei binære tala utan å rekne om til vanlege tal.
1) 110 + 11 **2)** 1011 + 101
3) 110101 + 1101

b) Kontroller alle utrekningane ved å summere tala i det vanlege talsystemet.

Oppgåve 1.253

Når vi trekkjer frå kvarandre to vanlege tal, må vi ofte låne slik som vi ser nedanfor.

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 1\;\,9\;10} \\ \cancel{2}\,0\,4 \\ -\quad 6\,7 \\ \hline = 1\,3\,7 \end{array}$$

a) Finn ei tilsvarande «låneordning» og trekk frå kvarandre dei binære tala.
1) 110 – 11
2) 1000 – 101
3) 110000 – 111

b) Kontroller alle utrekningane ved å trekkje frå kvarandre tala i det vanlege talsystemet.

Oppgåve 1.254

Skriv tala som binære tal.

a) 64 **b)** 96 **c)** 103 **d)** 144

1.6 Det oktale talsystemet

Oppgåve 1.260

I denne oppgåva kan du bruke denne tabellen.

8^1	8^2	8^3	8^4	8^5
8	64	512	4096	32 768

Skriv desse vanlege tala i åttetalssystemet.

a) 576 **b)** 3584
c) 5313 **d)** 35 988

Oppgåve 1.261

Skriv desse oktale tala i det binære talsystemet.

a) 724 **b)** 7677
c) 23 556 **d)** 76 547

Oppgåve 1.262

Skriv desse binære tala i det oktale talsystemet.

a) 110101 **b)** 111010011
c) 1001011101

Oppgåve 1.263

a) Legg saman dei oktale tala utan å «omsetje» til vanlege tal.
1) 756 + 234
2) 1450 + 347
3) 6756 + 7777

b) Kontroller utrekningane ved å bruke vanlege tal i oppgåvene.

Oppgåve 1.264

a) Trekk dei oktale tala frå kvarandre utan å «omsetje» til vanlege tal.
1) 1254 – 560
2) 1345 – 767
3) 7361 – 5677

b) Kontroller utrekningane ved å bruke vanlege tal i oppgåvene.

1.7 Det heksadesimale talsystemet

Oppgåve 1.270

a) Skriv dei binære tala i det heksadesimale talsystemet.
1) 110101111100 **2)** 1001101111

b) Skriv dei heksadesimale tala i det vanlege talsystemet.
1) 123 **2)** 1B2 **3)** ABC

c) Skriv dei heksadesimale tala i det binære talsystemet.
1) 321 **2)** E2F **3)** 10A

Oppgåve 1.271

a) Skriv dei binære tala i det heksadesimale talsystemet.
1) 111101111100101
2) 1011101111010

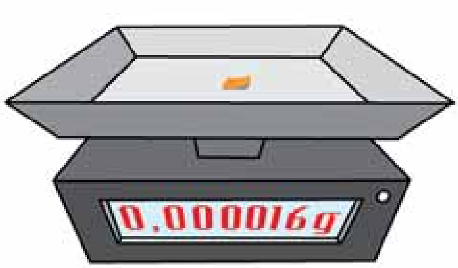
b) Skriv dei heksadesimale tala i det vanlege talsystemet.
1) 7766 **2)** 3AB2 **3)** CDEF

c) Skriv dei heksadesimale tala i det binære talsystemet.
1) 1234 **2)** A1B2 **3)** BADE

BLANDA OPPGÅVER

Oppgåve 1.300

Vi veg ein liten koparfilspon og finn ut at han veg 0,016 mg. Eit koparatom veg $1{,}06 \cdot 10^{-22}$ g.
Kor mange koparatom er det i den vesle sponen?



Oppgåve 1.301

a) Rekn ut.
1) $3^4 \cdot 3^{-2}$ **2)** $\dfrac{(2a)^2 \cdot 2^{-2}}{a^3}$

b) Skriv på standardform.
1) $0{,}0000056 \cdot 0{,}0007$
2) $\dfrac{2{,}78 \cdot 10^{12} \cdot 7{,}72 \cdot 10^5}{39\ 000}$

Oppgåve 1.302

Tala 34 og 61 er skrivne i det vanlege talsystemet.
a) Skriv tala i det binære talsystemet.
b) Skriv tala i det oktale talsystemet.
c) Skriv tala i det heksadesimale talsystemet.

Oppgåve 1.303

a) Rekn ut.
1) $\dfrac{2^5 \cdot 2^{-3}}{2^2}$ **2)** $(2x)^3 \cdot \left(\dfrac{2}{x}\right)^{-2}$

b) Skriv på standardform og rekn ut.
1) $\dfrac{0{,}0000008 \cdot 210\ 000}{0{,}056}$
2) $\dfrac{25\ 000\ 000 \cdot 0{,}000036}{0{,}0000003}$

Oppgåve 1.304

Tala 74 og 671 er skrivne i det oktale talsystemet.
a) Skriv tala i det vanlege talsystemet.
b) Skriv tala i det binære talsystemet.
c) Skriv tala i det heksadesimale talsystemet.

Oppgåve 1.305

Tala 101001 og 11101111 er skrivne i det binære talsystemet.
a) Skriv tala i det vanlege talsystemet.
b) Skriv tala i det oktale talsystemet.
c) Skriv tala i det heksadesimale talsystemet.

Oppgåve 1.306

Rekn ut.

a) $3^3 \cdot 3^{-2} \cdot \dfrac{3^0}{3^2}$ **b)** $\dfrac{4a^8 \cdot 2a^{-1}}{(2a^2)^3}$

Oppgåve 1.307

a) Rekn ut.

1) $7^3 \cdot (7^2)^{-2}$ **2)** $\dfrac{(3b^2)^2}{(b^{-1})^{-3}}$

3) $\dfrac{(2a)^{-1} \cdot (2^3 a^2)^2}{(2^{-2} a^3)^{-2}}$

b) Rekn ut og skriv på standardform.

1) $(2{,}5 \cdot 10^3)^4$

2) $(5{,}1 \cdot 10^{-3} + 2{,}0 \cdot 10^{-4})^5$

Oppgåve 1.308

a) Rekn ut utan bruk av lommereknar.

1) $\dfrac{3^{12} - 3^{10}}{3^{11} + 3^{10}}$ **2)** $\dfrac{8 \cdot (5^{13} + 5^{12})}{5^{12} - 5^{11}}$

b) Vis at

$$3^n + 3^{n+1} = 4 \cdot 3^n$$

Oppgåve 1.309

Tala A2 og 3BF er skrivne i det heksadesimale talsystemet.

a) Skriv tala i det vanlege talsystemet.

b) Skriv tala i det oktale talsystemet.

c) Skriv tala i det binære talsystemet.

Oppgåve 1.310

a) Rekn ut utan lommereknar.

1) $\dfrac{2^{-3} \cdot 2^7}{2^8 \cdot 2^{-4}}$ **2)** $\dfrac{(ab^2)^3 \cdot b^{-7}}{(a^{-1}b)^{-2}}$

b) Rekn ut og skriv på standardform.

1) $4{,}5 \cdot 10^{26} \cdot 8{,}0 \cdot 10^{-12}$

2) $\dfrac{4{,}5 \cdot 10^{-18} \cdot 6{,}0 \cdot 10^5}{150\,000}$

Oppgåve 1.311

Alle teikn som blir brukte i ein datamaskin, blir omsette til ein binær kode. Det vanlegaste kodesystemet er ASCII (American Standard Code for Information Interchange). I dette systemet byrjar dei store bokstavane med koden 01000001 for A. For kvar ny stor bokstav i alfabetet legg vi til 1. Dei små bokstavane byrjar med koden 01100001 for a, og vi legg til 1 for kvart ny bokstav i alfabetet.

a) Vis at vi har desse ASCII-kodane:

1) G = 01000111 **2)** P = 01010000

b) Vis at vi har desse ASCII-kodane:

1) k = 01101011 **2)** z = 01111010

c) Finn ASCII-koden til

1) F **2)** g **3)** X

d) Skriv heksadesimalt

1) 2P **2)** Sinus

FASIT oppgåvedel

1

1.110
a) 8 **b)** 9
c) 16 **d)** 16

1.111
a) 1000 **b)** 25
c) –8 **d)** 16

1.112
a) 2^7 **b)** 2^2
c) 5^4 **d)** 3^3

1.120
a) 1 **b)** $\frac{1}{4}$
c) 1 **d)** $\frac{1}{3}$

1.121
a) $\frac{1}{9}$ **b)** $\frac{1}{32}$
c) 1 **d)** 5

1.122
a) 1 **b)** $\frac{1}{25}$
c) 1 **d)** 1

1.130
a) $16x^2$ **b)** $\frac{4}{25}$
c) $27y^3$ **d)** $\frac{1}{8}$

1.131
a) $4x^4$ **b)** $\frac{4}{x^4}$
c) $\frac{1}{3y}$ **d)** $\frac{2}{x}$

1.132
a) 9 **b)** $\frac{5}{x^5}$

1.133
a) $8 \cdot 10^6$ **b)** $9 \cdot 10^{-12}$

1.140
a) 27 000 **b)** 180 000 000
c) 5 **d)** 3

1.141
a) 0,023 **b)** 0,00019
c) 0,75 **d)** 0,72

1.142
b) og **d)**

1.143
a) $2{,}3 \cdot 10^4$ **b)** $6 \cdot 10^{-5}$
c) $8{,}5 \cdot 10^7$ **d)** $9 \cdot 10^{-8}$

1.144
a) $7{,}5 \cdot 10^{16}$ **b)** $3{,}4 \cdot 10^{14}$
c) $1{,}95 \cdot 10^4$ **d)** $4{,}0 \cdot 10^6$

1.145
$3{,}4 \cdot 10^6$ og $34 \cdot 10^5$
34 000 000 og $0{,}34 \cdot 10^8$

1.146
a) $2{,}56 \cdot 10^{18}$ **b)** $1{,}85 \cdot 10^{-10}$
c) $1{,}2 \cdot 10^7$ **d)** $7{,}6 \cdot 10^{-25}$

1.147
a) $1{,}3 \cdot 10^{14}$ **b)** $1{,}7 \cdot 10^{-13}$
c) $4{,}05 \cdot 10^4$ **d)** $2{,}5 \cdot 10^4$

1.150
a) 2 **b)** 4
c) 8 **d)** 16

1.151
a) 3 **b)** 5
c) 6 **d)** 10

1.152
a) 10 **b)** 1000
c) 1001 **d)** 1010

1.160
a) 10 **b)** 14
c) 20 **d)** 30

1.161
a) 11 **b)** 102
c) 1003 **d)** 10010

1.162
a) 7 **b)** 77
c) 41 **d)** 55

1.163
a) 1010 **b)** 10001
c) 111000 **d)** 111111

1.170
a) A **b)** C
c) E **d)** F

1.171
a) 1) 81 **2)** B3
b) 1) 129 **2)** 179

1.172
a) 197 **b)** 11000101

1.210
a) 1024 **b)** 3
c) 4 **d)** 128

1.211
a) 6 **b)** 50

1.212
a) a^2 **b)** $32b^5$
c) $x^3 \cdot y^5$

1.220
a) $\frac{3}{2}$ **b)** 2

1.221
a) a^{n-1} **b)** $\frac{1}{a}$

1.222
2 og 4

1.230
a) $\frac{4}{27x}$ **b)** xy^4
c) $\frac{y}{24}$ **d)** $\frac{9}{64}$

1.231

a) $\frac{8}{125}$ **b)** $\frac{25}{9}$

c) $\frac{3}{2x}$ **d)** $\frac{16}{25x^2}$

1.232

a) 4 **b)** $\frac{3}{2}$

c) $\frac{25}{9}$ **d)** $\frac{y^{10}}{x^5}$

1.233

40

1.240

a) $3 \cdot 10^8$ m/s
b) $9{,}11 \cdot 10^{-31}$ kg
c) $9{,}46 \cdot 10^{15}$ m
d) $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C

1.241

a) 1,24 **b)** $7{,}7 \cdot 10^6$
c) $9{,}4 \cdot 10^{22}$ **d)** $4{,}5 \cdot 10^{-8}$

1.242

$1{,}38 \cdot 10^{14}$

1.243

a) $1{,}42 \cdot 10^{27}$ m³
b) $1{,}4 \cdot 10^3$ kg/m³

1.244

$5 \cdot 10^{15}$

1.250

a) 41 **b)** 51
c) 42 **d)** 46

1.251

a) 1010 **b)** 1100100
c) 1101111

1.252

a) 1) 1001 **2)** 10000
3) 1000010

1.253

a) 1) 11 **2)** 11 **3)** 101001

1.254

a) 1000000 **b)** 1100000
c) 1100111 **d)** 10010000

1.260

a) 1100 **b)** 7000
c) 12301 **d)** 106224

1.261

a) 111010100
b) 111110111111
c) 10011101101110
d) 111110101100111

1.262

a) 65 **b)** 723 **c)** 1135

1.263

a) 1) 1212 **2)** 2017
3) 16755

1.264

a) 1) 474 **2)** 356
3) 1462

1.270

a) 1) D7C **2)** 26F
b) 1) 291 **2)** 434
3) 2748
c) 1) 1100100001
2) 111000101111
3) 100001010

1.271

a) 1) 7BE5 **2)** 177A
b) 1) 30 566 **2)** 15 026
3) 52 719
c) 1) 1001000110100
2) 1010000110110010
3) 1011101011011110

1.300

$1{,}5 \cdot 10^{17}$

1.301

a) 1) 9 **2)** $\frac{1}{a}$

b) 1) $3{,}92 \cdot 10^{-9}$
2) $5{,}50 \cdot 10^{13}$

1.302

a) 1) 100010 **2)** 111101
b) 1) 42 **2)** 75
c) 1) 22 **2)** 3D

1.303

a) 1) 1 **2)** $2x^5$
b) 1) 3 **2)** $3 \cdot 10^9$

1.304

a) 60 og 441
b) 111100 og 110111001
c) 3C og 1B9

1.305

a) 41 og 239
b) 51 og 357
c) 29 og EF

1.306

a) $\frac{1}{3}$ **b)** a

1.307

a) 1) $\frac{1}{7}$ **2)** $9b$
3) $2a^9$
b) 1) $3{,}9 \cdot 10^{13}$ **2)** $4{,}2 \cdot 10^{-12}$

1.308

a) 1) 2 **2)** 60

1.309

a) 162 og 959
b) 242 og 1677
c) 10100010 og 1110111111

1.310

a) 1) 1 **2)** ab
b) 1) $3{,}6 \cdot 10^{15}$ **2)** $1{,}8 \cdot 10^{-17}$

1.311

c) 1) 01000110
2) 01100111
3) 01011000
d) 1) 250
2) 53 69 6E 75 73

2

2.110

a) 0,18 **b)** 0,60 **c)** 0,11
d) 0,99 **e)** 0,49 **f)** 0,01

2.111

a) 35 % **b)** 75 %
c) 2 % **d)** 8,5 %

2.120

a) 21 kr **b)** 28 kr
c) 59,50 kr